



华中科技大学数学中心
Center for Mathematical Sciences

数学的作用

段金桥

纵观近代历史，世界强国必定是数学强国。英国牛顿发明微积分的时候，正是英国强盛之时；法国数学家拉普拉斯、傅立叶、柯西引领数学潮流时，法国成为世界强国；当德国哥廷根成为世界数学的“麦加”圣地时，德国进入世界强国之林。苏联 1957 年率先成功发射人造卫星之时，以科尔莫哥诺夫为代表的数学家和应用数学家（当时特别包括力学家）正昂首挺胸站在世界科学家的前列。当今的美国，也是数学超级大国。日本虽然经历 20 年萧条，仍然有强大的数学和科技实力（有多名菲尔兹奖获得者和一大批诺贝尔奖获得者）。

数学实力支撑着国家实力。所以发达国家把保持数学领先地位作为他们的长远战略之一。

数学帮助提升理科，工科，医科和其他学科的实力，也

从与这些学科的交叉研究中获取动力，养分和具有生命力的前瞻性研究课题。所以，当今世界一流的大学，都有一流的数学学科。

半个多世纪前，爱因斯坦说过：“要掌握物理学基本原理方面的更渊博的知识，离不开非常错综复杂的数学方法。经过多年的独立科学研究，我才逐渐明白了这个道理。”以爱因斯坦的视野，他当然不仅仅指的是物理学。在 21 世纪的今天，这个道理更加明显。**其实，科学的崛起总是伴随着数学思想与方法的突飞猛进。**

数学一直在推动着科学和工程技术进步，它奠定了现代科学和高新技术发展的基础。国防和国家安全、金融市场与风险、通讯与网络安全，无不与数学紧密相关。

应用数学是运用数学理论和方法为自然系统，工程系统和社会系统建立数学模型，通过分析这些数学模型而发现和掌握这些系统的发展规律，并根据这些规律对这些系统做出解释，模拟，预测与调控的学科。同时，这些数学模型又反过来向数学提出挑战，导致新的数学理论和方法的创立，从而也推动数学本身的发展。牛顿是近代应用数学的鼻祖之一。为了解释观察到的大量天体运动的资料，解释天体运行的基本规律（开普勒三大定律），牛顿建立起天体运行的数学模

型，提出了划时代的三大力学定律和万有引力定律。但是，这些力学定律的内涵超越了那个时代传统数学的范围，牛顿不得不开拓新的领域，从而发明了微积分，然后再用微积分反过来分析力学定律，获得了行星运行的规律。

复杂的科学与工程问题牵涉越来越多而且越来越深的数学课题。比如，环境与生态系统，地球与气候系统，现代制造系统，新材料与化工系统，生物与疾病系统，以及空间探索系统的数学模型研究对数学提出了重大挑战。我们需要有效的动力系统分析方法，可靠的随机性与风险性估计方法，以及合适的计算模拟方法。这也将再次体现作为科学发现，技术创新与社会进步的幕后英雄的数学，会发挥越来越大的作用。

数学在现代科学和高科技发展过程中的作用是深远和多方面的，有时是直接的，而有时是间接的。许多表面看来与数学无关的事物，其实有数学的影子。

我们下面通过举例的方式，来看看数学的作用。

1. 医学成像， 脑科学， 与其他科学与工程应用

医学成像是检测人体内部结构变异（特别是脑部结构和

供血状况)的有效工具。有多少人会把电脑断层扫描成像(CT),核磁共振成像(MRI)和超声波成像(Ultrasound)与数学联系起来?然而,数学正是医学成像的理论基础和必不可少的一个环节。成像的物理过程由数学表达,而成像的获取与分析则依赖一个数学过程。就电脑断层扫描而言,其成像过程牵涉到数值求解偏微分-积分方程,拉登变换及其反演变换。在成像过程中,有多种噪声信号出现在图像数据中。有些噪声可以得到控制,但是我们对有些噪声还理解不清。或许,新的随机动力系统方法可以帮助我们控制这些复杂的噪声,从而帮助得到更清晰的3维动态图像,便于诊断疾病和探讨世上最复杂的机器---人脑---的动力学运行规律。并为我国当前的“脑科学计划”,国防,空间探索,海底成像研究做出贡献。

2. 物理机制的数学刻画

历史上,数学与物理学(特别是力学)最相关,可算是姐妹学科。现在,数学与物理学继续互相促进,共同提高。比如:微分几何与拓扑理论与方法是规范场论,旋论和其他理论物理问题基础;非线性动力系统与随机动力系统理论正在应用于生物物理问题研究(目前也是应用数学非常活跃的研究领域之一);凝聚态物理广泛使用先进的数学模拟与计算方法。统计物理学,又称统计力学,是微观

到宏观的桥梁，用概率统计分布的理论与方法，对由大量粒子组成的宏观物体的物理性质及宏观规律作出微观解释的物理学分支。目前，数学家还正在参与研究拓扑绝缘体 (topological insulator) 和量子通信问题。

3. 智能制造 (Intelligent Manufacturing)

微分几何，动力系统，控制论，函数逼近方法一直用于智能或先进，精密，快速 (rapid) 制造。数学将在目前的“机器人计划”和陆海空“无人驾驶运行器”研制中发挥更大作用。

4. 工程设计与运行的最优化及其控制

电网，通讯网络，城市规划，交通，运输，物流，资源配置等大型工程系统的设计，运行及控制的最优化是一个典型的应用数学课题：求极值以及到达极值的路径。实时大数据为这些系统的运行提供反馈信息，已便于调控和自适应控制。概率论与统计学提供工程系统的敏感性分析 (Sensitivity analysis) 和不确定性刻画 (Quantifying uncertainty) 的理论基础与方法。

5. 计算机科学与数学

计算机科学在 1960—1970 年代从数学中分出，但一直与

数学相互促进。正与图灵奖获得者 John Hopcroft 所说：计算机科学前 30 年大量使用离散数学，而现在则离不开随机数学。比如，机器学习就是数学与计算机科学的一个交叉领域。

6. 基因和生物信息学

统计推断和大数据科学方法正在大量应用于研究生物基因的功能和奥秘，为人类生存和发展探索广泛的前景。

7. 制药与公共卫生学

统计学和大数据科学方法正在应用于科学制药，合理用药和流行病学研究。

8. 化学的定量刻画

计算化学（特别是计算生物化学）是近年来非常活跃的一个科学领域。大数据和大科学计算设备正在进一步推动此项研究。

9. 材料科学与数学

材料科学本身是一个跨学科领域。应用数学家过去 20 多年来利用偏微分方程，动力系统，数值计算方法和变分方法，与材料科学家进行了富有成效的合作研究。随机非平衡

动力系统为材料中的微观-宏观因素的刻画提供了新的研究思路。

10. 地球，气候与环境

我们人类生存依赖于地球，气候与环境的变迁和发展。看看我们头顶上消失的蓝天以及身边污染的空气与河流，就知道这是多么重要的研究课题。仅从气候系统来看，其动态数学模型包括大气和海洋流体力学方程，以及热、盐，和其它物质在大气和海洋中的迁移方程。这个复杂的耦合系统不仅含有非线性相互作用项而且含有不确定的随机因素。精确求解是不可行的。一方面我们求计算近似解并发展新是数据分析方法；另一方面我们必须发展新的动力系统分析方法，以及随机性与风险性估计方法，从而得出可靠的预报结果和探讨合适的调控方法。

11. 金融市场与风险

金融与投资市场充满随机性和风险。随机微分方程可用于描述投资过程，特别是一些衍生债券的价值波动与演化。随机分析和随机动力系统方法正在被用于研究金融与投资市场。由于金融与投资市场的快速变化多端，我们需要快速的分析和计算方法来分析债券的价值波动与风险，为投资者和金融分析师提供定量分析的依据。我们还需要有效的风险

估计方法，从而得出可靠的风险预测结果。这些都为随机分析和随机动力系统研究提出了新的挑战。

12. 等离子体与聚变能

数学为聚变能与等离子体动力学模型提供理论框架和计算模拟方法。因为聚变能为新能源课题，所以新的数学分析和计算方法常常首先用于等离子体动力学模型的研究。

13. 犯罪学与社会学中的极端行为

最近，数学模型，数学模拟和大数据用于研究与预防美国大城市犯罪行为，取得重要进展，受到社会很多关注。也为治安和司法提供了协助。

14. 网络系统：疫情与舆情传播

由于计算机互联网络，交通运输网络，和通讯网络的快速发展，辅以统计学，动力系统和大数据方法，现在可以开始研究疫情与舆情的传播特性，并探讨相应的预测和应对措施。

参考文献

1. L. Arnold, *Random Dynamical Systems*. Springer-Verlag, Berlin, 1998.

2. V. I. Arnold, An Apology for Applied Mathematics. *Russian Mathematical Surveys* 51, 1-47, 1996.
3. V. I. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer-Verlag, Berlin, Second Edition, 1989.
4. E. J. Candès, J. K. Romberg, and T. Tao, Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements. *Communications on Pure and Applied Mathematics* **59** (8): 1207–1223, 2006.
5. T. Chan and J. Shen, *Image Processing And Analysis: Variational, PDE, Wavelet, and Stochastic Methods*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, USA, 2005.
6. J. Duan, Stochastic Modeling of Unresolved Scales in Complex Systems. *Frontiers of Math. in China*, 4 (2009), 425-436.
7. J. Duan, *An Introduction to Stochastic Dynamics*, Cambridge University Press (国外版), UK, and Science Press (国内版), Beijing, 2015.
8. W. E, *Principles of Multiscale Modeling*. Cambridge University Press, UK, 2011.
9. B. Engquist and W. Schmid, *Mathematics Unlimited -- 2001 and Beyond*. Springer-Verlag, Berlin, 2001.
10. Friedman, J. Glimm and J. Lavery, *The Mathematical and Computational Sciences in Emerging Manufacturing Technologies and Management Practices*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, USA, 1992.
11. *Fueling Innovation and Discovery: The Mathematical Sciences in the 21st Century*, by the Committee on the Mathematical Sciences in 2025; Board on Mathematical Sciences and Their Applications; Division on Engineering and Physical Sciences; National Research Council. National Academy Press, Washington, D.C. 2012.
12. J. Guckenheimer and P. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. Springer-Verlag, Berlin, 1983.
13. S. W. Golomb, Mathematics after forty years of the space age. *Mathematical Intelligencer* 21, 38-44, 1999.
14. Nicholas J. Higham (eds.) and Mark R. Dennis, Paul Glendinning, Paul A.

- Martin, Fadil Santosa & Jared Tanner (associate editors), *The Princeton Companion to Applied Mathematics*. Princeton University Press, 2015.
15. D.-Y. Hsieh, M. Zhang and W. Sun (Eds.), *Frontiers of Applied Mathematics*. Proceedings of the 2nd International Symposium on Applied Mathematics, Beijing, China, 8 – 9 June 2006. World Scientific, New Jersey, 2007.
 16. Guoping Li and Youzhong Guo, *The Theory on General Relativistic Quantum Fields*. Hubei Science and Technology Press, Wuhan, China, 1980.
 17. 李大潜; 张平文, 中国的工业与应用数学(英文版), 高等教育出版社, 2009.
 18. *Mathematical Sciences in 2025*, by the Committee on the Mathematical Sciences in 2025; Board on Mathematical Sciences and Their Applications; Division on Engineering and Physical Sciences; National Research Council. National Academy Press, Washington, D.C. 2013.
 19. D. Mumford, The Dawning of the age of stochasticity. *Mathematics: Frontiers and Perspectives*, V. Arnold, M. Atiyah, P. Lax and B. Mazur (Eds.), American Math Society, RI, 2000.
 20. National Research Council, *Mathematics and Physics of Emerging Biomedical Imaging*. National Academy Press, Washington, D.C. 1996.
 21. National Research Council, *Nonlinear Science*. National Academy Press, Washington, D.C. 1997.
 22. National Research Council, *Strengthening the Linkages between the Sciences and the Mathematical Sciences*. National Academy Press, Washington, D.C. 2000.
 23. S. Osher and R. Fedkiw, *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces*. Springer-Verlag, New York, 2003.
 24. H. Schaeffer, S.J. Osher, R.E. Caflisch and C. Hauck. Sparse Dynamics for Partial Differential Equations, *Proc. NAS* 110 (2013) 6634-6639.
 25. E. Waymire and J. Duan (Eds.), *Probability and Partial Differential Equations in Modern Applied Mathematics*. Springer-Verlag, 2005.
 26. E. P. Wigner, The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. *Communications on Pure and Applied Mathematics* 13, 1-14, 1960.
 27. M. Wright and A. Chorin, *Mathematics and Science*. National Science

Foundation, 1999.